

Gestion ACTIF/PASSIF (A.L.M.)

Contrat d'assurance-vie en capital à prime NON UNIQUE

Modèle CALM

CONSENSUS A.L.M.

Hoai Minh LAM

Directeur d'Etudes Financières et Techniques

CDC - GESTION

Immeuble Atlantique Montparnasse, Nord-Pont

7, place des 5 martyrs du lycée Buffon

75015 - PARIS

FRANCE

Téléphone: 33 1 4279 5206

Télécopie: 33 1 4279 5322

Résumé

Le principe général de la gestion d'ACTIF/PASSIF des contrats d'assurance-vie en capital à prime unique (Produits à taux majoré et Bons de capitalisation) du modèle CALM, a été présenté à l'occasion du 3^{ème} colloque international AFIR (Approche Actuarielle des Risques Financiers) à ROME en avril 1993. Ce modèle est un modèle de simulation permettant aux institutionnels et aux gestionnaires de portefeuilles d'avoir un consensus commun des scénarios de marché et une stratégie claire sur les objectifs à atteindre.

Cette note apporte une amélioration et explique une technique d'extension de la gestion ACTIF/PASSIF de ce modèle aux produits d'assurance-vie en capital, cantonnés et à **primes non uniques**. Cette technique consiste à calculer l'échéancier des flux financiers de plusieurs générations du PASSIF par la méthode actuarielle en tenant compte des rachats éventuels. Cet échéancier conditionne une grande partie à la validité du modèle CALM.

Le modèle CALM est applicable à la gestion de portefeuilles des Institutionnels:

- Compagnies d'assurance,
- Fonds d'épargne d'entreprise,
- Caisses de retraite.

CDC • GESTION
GROUPE CAISSE DES DÉPÔTS
ASSET/LIABILITY Management (A.L.M.)
MULTIPLE Premium
Capital Life Insurance Policy

CALM Model
CONSENSUS A.L.M.

Hoai Minh LAM
Director of Financial and Technical Studies
CDC - GESTION
Immeuble Atlantique Montparnasse, Nord-Pont
7, place des 5 martyrs du lycée Buffon
75015 - PARIS FRANCE
Telephone: 33 1 4279 5206
Fax: 33 1 4279 5322

Summary

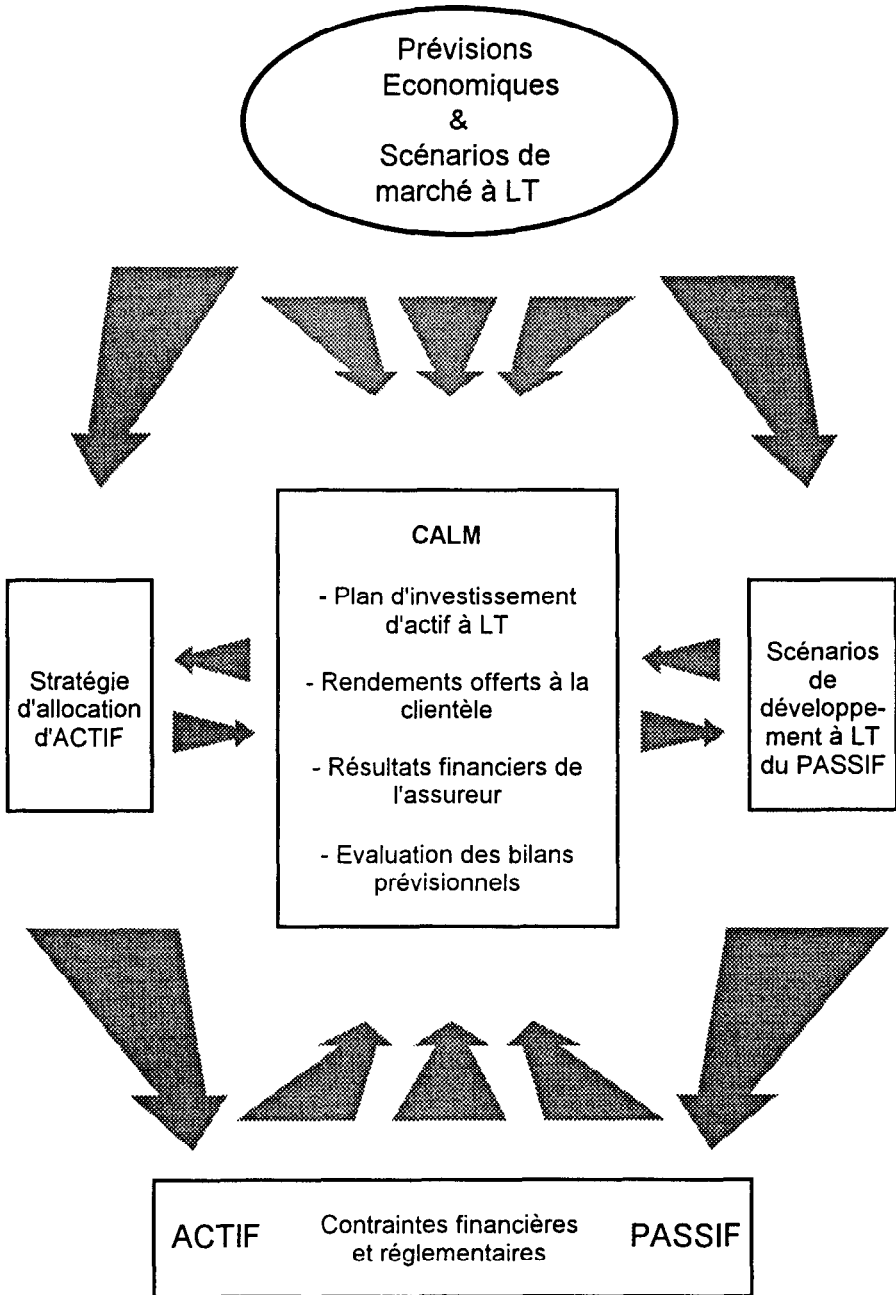
The general principle of ASSET/LIABILITY management of single premium capital life insurance policies (products with increased rates and capitalization bonds) of CALM model was presented on the occasion of the Third International Conference of AFIR (Actuarial Approach to Financial Risks) in ROME in April 1993. This model is a simulation model that enables institutional investors and portfolio managers to have a common consensus regarding market scenarios and a clear strategy with respect to the objectives to be achieved.

This note contributes an improvement and explains a technique for extending the ASSET/LIABILITY management of this model to divided, **multiple premium** capital life insurance products. This technique consists of calculating the maturity schedule of the cash flows of several generations of the LIABILITY by actuarial method, taking into account possible surrenders. The validity of the CALM model depends to a great extent on this maturity schedule.

The CALM model is applicable to the portfolio management of institutional investors:

- Insurance companies,
- Company savings funds, [and]
- Pension plan funds.

PLANIFICATION ET GESTION PAR CONSENSUS A.L.M. (CALM*) (*marque déposée de CDC-GESTION à l' I.N.P.I.)



Méthodologie

Les contrats d'assurance vie sont souvent identifiés par leurs générations. Ces dernières sont caractérisées par 3 éléments:

- le taux minimum garanti,
- la durée du contrat,
- le coefficient de participation aux bénéfices financiers.

Les montants des souscriptions à prime unique sont identifiés facilement par l'année de souscription. Ceux à primes non uniques d'une génération se répartissent sur plusieurs années, mais leurs remboursements capitalisés sont localisés dans l'année d'échéance. Compte tenu des différentes caractéristiques des générations, les souscriptions d'une année donnée n'ont pas la même durée, il est indispensable d'isoler les souscriptions de chaque année par leurs générations.

Tableau des souscriptions

Voici un exemple de présentation des souscriptions des contrats à prime non unique. Dans ce tableau le montant des souscriptions d'une année donnée est subdivisé par génération d'origine.

Souscriptions des contrats à prime non unique							
	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Génération							
1991	862	800	700	665	631.75	600.16	570.15
1992		1600	1300	1235	1173.25	1114.59	1058.86
1993			1800	1530	1300.5	1105.43	939.61
1994				2000	1800	1620	1458
1995					2200	1760	1408
Total SSCR	862	2400	3800	5430	7105.5	6200.18	5434.62

Ce tableau des données exogènes est la base de tous les calculs actuariels des rachats et des remboursements.

Produits financiers et taux de rendement net

Les produits financiers provenant des placements financiers (portefeuille d'actif) et les taux de rendement net servis à la clientèle (variables endogènes du modèle) sont calculés et basés sur l'hypothèse d'une répartition uniforme des flux annuels suivants:

- Les plus ou moins values réalisées,
- Les tombées des coupons du portefeuille d'actif,
- Les souscriptions des contrats,
- Les rachats et les remboursements,

- Les remboursements à l'échéance des titres du portefeuille d'actif,
- Les coupons courus des flux d'investissement ou de désinvestissement d'actif,
- Etc..

L'hypothèse de répartition uniforme des flux financiers est une hypothèse très commode mais souvent entachée d'imprécision, notamment dans le cas où on enchaîne d'une année à l'autre sur plusieurs années consécutives.

Calcul des Rachats et des Remboursements

Le respect de l'adéquation ACTIF/PASSIF des flux financiers nécessite des calculs de ces flux les plus justes possibles. Ce paragraphe décrit le principe du calcul des montants des rachats et des remboursements.

A partir d'un montant des rachats en capital souscrit (données exogènes) d'une année donnée, représentant les remboursements anticipés (y compris pour cause de décès), le logiciel CALM identifie a priori les rachats provenant des souscriptions restantes (non encore remboursées), les plus anciennes, et constitue ainsi le tableau des rachats par génération. A cet effet le tableau des souscriptions initiales est modifié également. Ces deux tableaux servent à calculer les montants capitalisés des rachats et des remboursements à terme.

La plupart des contrats d'assurance-vie existants en capital ne tiennent pas compte de la **table de mortalité**. Compte tenu de multitude d'hypothèses et de scénarios prises au départ, il sera prudent de ne pas intégrer la table de mortalité dans ce type de contrats.

Ainsi, les rachats en capital souscrit sont actualisés aux taux rendements nets (taux attribués à la clientèle) connus, puis cristallisés au taux minimum garanti moyen des rachats (donnée exogène), à défaut, ce dernier taux est celui provenant des souscriptions correspondantes.

Les remboursements sont calculés de la même manière compte tenu de la durée et le taux minimum garanti spécifiques de chaque génération.

Au fur et à mesure du déroulement de traitement, les rendements nets calculés viendront remplacer dynamiquement le taux garanti minimum pris au départ. Le rendement net est attribué dès la souscription (pour moitié à la souscription) jusqu'à l'année précédente de l'échéance.

Pour éviter la surcharge dans l'écriture des formules, les indices des générations n et ceux des souscriptions j_n (souscription en année j de la génération n , avec $j \geq n$) sont volontairement supprimés.

Les formules ci-après sont appliquées à toutes souscriptions remboursables à l'échéance i , appartenant à une génération et éventuellement aux plusieurs générations. La valeur de N_0 , le numéro de la dernière situation connue, varie en fonction des générations bien que la dernière situation connue soit la même pour toutes générations. Le montant global de l'échéancier des flux du passif est la somme de toutes générations concernées.

$$Rachat_i = Caprac_j \times \left(1 + \frac{tx_1}{2}\right) \times \prod_{j=2}^{No} (1 + tx_j) \times (1 + txg)^{i-No}$$

$$Capremb_i = Souscr_{i-d} - Caprac_j$$

$$Rembour_i = Capremb_i \times \left(1 + \frac{tx_1}{2}\right) \times \prod_{j=2}^{No} (1 + tx_j) \times (1 + txg)^{i-No}$$

<i>Rachat_i</i>	Une composante du rachat capitalisé à l'échéance i.
<i>Caprac_j</i>	Une composante du montant de souscription remboursable à l'échéance i.
<i>No</i>	Numéro de la dernière situation connue.
<i>tx_j</i>	Taux de rendement net attribué à chaque échéance passée ($j \leq No$).
<i>txg</i>	Taux minimal garanti de la génération correspondante.
<i>d</i>	Durée du contrat de la génération correspondante. (10 ans par exemple).
<i>Souscr_{i-d}</i>	Souscription de l'échéance i-d et éventuellement des échéances suivantes.
<i>Capremb_i</i>	Montant de souscription remboursable à l'échéance i, (valeur retenue positive ou nulle).
<i>Rembour_i</i>	Une composante de remboursement capitalisé à l'échéance i.

Le tableau ci-après donne un exemple chiffré des résultats in-fine obtenus par la méthode décrite ci-dessus. Il permet de contrôler les résultats et la précision de l'ensemble des mécanismes de calcul très complexe du modèle CALM.

Exemple et Résultats in-fine des flux du PASSIF

Dans cet exemple:

- les taux de rendement net sont des données exogènes issues du modèle CALM.
- la formule utilisée ci-dessous, illustre la conception du calcul et facilite la compréhension de la méthode. Elle donne les résultats finaux sans étapes intermédiaires.

$$V_i = \sum_{j=j_0}^i S_{ij} \left(1 + \frac{tx_j}{2}\right) \prod_{k=j+1}^{i-1} (1 + tx_k)$$

<i>V_i</i>	Valeur acquise (rachat ou remboursement) à l'échéance i
<i>S_{ij}</i>	Le montant des souscriptions de l'année j remboursable à l'échéance i.
<i>j₀</i>	L'année de départ du portefeuille cantonné
<i>tx_k</i>	Taux de rendement net de l'année k

H.M. LAM	29/09/93			Exemple et Résultats in-fine des flux du PASSIF									
Echéances	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	
Rendnet %	8.784	9.742	8.627	7.601	7.268	7.148	7.049	7.027	7.081	8.973	9.565	7.088	
Génération				Souscriptions annuelles initiales									
1991	862.00	800.00	700.00	665.00	631.75	600.16	570.15	541.65					
1992		1600.00	1300.00	1235.00	1173.25	1114.59	1058.86	1005.92	955.62				
1993			1800.00	1530.00	1300.50	1105.43	939.61	798.67	678.87				
1994				2000.00	1800.00	1620.00	1458.00	1312.20	1180.98	1062.88			
1995					2200.00	1760.00	1408.00	1126.40	901.12	720.90	576.72		
Total SSCR	862.00	2400.00	3800.00	5430.00	7105.50	6200.18	5434.62	4784.83	3716.59	1783.78	576.72	0.00	
Caprac (capitaux des rachats)			300.00	500.00	900.00	1700.00							
Les capitaux d'origine correspondants aux rachats													
1993	300.00												
1994	500.00												
1995	62.00	838.00											
1996		1562.00	138.00										
Rachats capitalisés													
1993	0.00	313.18	343.69										
1994	0.00	521.96	572.81	622.23									
1995	0.00	64.72	949.85	1031.79	1110.22								
1996	0.00	0.00	1638.09	1923.36	2069.55	2219.96							
Souscriptions restantes après les rachats													
1991	0.00	0.00	562.00	665.00	631.75	600.16	570.15	541.65					
1992		0.00	1300.00	1235.00	1173.25	1114.59	1058.86	1005.92	955.62				
1993			1800.00	1530.00	1300.50	1105.43	939.61	798.67	678.87				
1994				2000.00	1800.00	1620.00	1458.00	1312.20	1180.98	1062.88			
1995					2200.00	1760.00	1408.00	1126.40	901.12	720.90	576.72		
Total SSCR	0.00	0.00	3662.00	5430.00	7105.50	6200.18	5434.62	4784.83	3716.59	1783.78	576.72	0.00	
										Remboursements par génération			
1991	0.00	0.00	0.00	586.24	1321.08	2071.80	2841.50	3632.05	4447.95				
1992	0.00	0.00	0.00	1356.08	2741.09	4156.20	5607.70	7099.17	8639.28	10240.49			
1993	0.00	0.00	0.00	1877.64	3608.51	5218.54	6736.49	8184.07	9585.90	10967.58			
1994	0.00	0.00	0.00	0.00	2076.01	4092.31	6062.72	7999.47	9919.90	11845.12	14018.55		
1995	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2279.95	4265.82	6024.14	7613.44	9085.57	10654.06	2277.41	

Le produit cantonné, présenté dans le tableau joint, a été commencé dès 1991 ($j_0 = 1991$) avec une souscription initiale de 862 MF pour une durée de 8 ans.

Les rachats en capital de 300 MF en 1993, puis 500 MF en 1994 réduisent la souscription initiale à 62 MF. Le rachat de 900 MF en 1995 provient alors de la souscription en 1991 (62 MF restante) et de celle de l'année 1992 pour 838 MF, dont 800 MF appartenant à la génération 1991 et 38 MF à celle de 1992.

Compte tenu des rendements nets issus du modèle CALM, la formule ci-dessus nous donne par exemple, le calcul du montant de rachat capitalisé en 1995 (V_{1995}):

$$V_{1995} = 62 \times \left(1 + \frac{.08784}{2}\right) \times (1+.09742) \times (1+.08627) \times (1+.07601) \\ + 838 \times \left(1 + \frac{.09742}{2}\right) \times (1+.08627) \times (1+.07601)$$

$$V_{1995} = 83.02 + 1027.20 = 1110.22$$

De la même manière nous pouvons retrouver par exemple, le montant des remboursements capitalisés à terme de l'année 2000. En effet, la génération 1992 a une durée contractuelle de 8 ans (par hypothèse), le montant de remboursement capitalisé s'élèvera à 10240.49 MF. La génération 1993, ayant une durée contractuelle de 7 ans, atteindra en l'an 2000, un montant capitalisé de 10967.58 MF. Le total des remboursements capitalisés de l'année 2000 sera alors 21208.07 MF.

$$V_{2000} = 10240.49 + 10967.58 = 21208.07$$

Provisions mathématiques

Malgré les imprécisions évoquées ci-dessus dues aux hypothèses de répartition uniforme des flux financiers:

- **les produits financiers** ainsi calculés servent à calculer les intérêts annuels dus à la clientèle et par conséquent:
 - les taux de rendement net,
 - la provision mathématique (dettes cumulées), à la fin de chaque année (Voir la définition et formule en annexe).
- **les taux de rendements net** sont ensuite utilisés pour capitaliser les rachats et les remboursements des contrats.

A cet effet, en cas d'optimisation des rendements nets (produits performants), nous pouvons avoir certaines dérives du montant des provisions mathématiques, notamment en fin des contrats (les contrats sont tout remboursés), la provision mathématique peut être éventuellement non nulle.

Cette situation n'est pas réellement significative, car les provisions mathématiques ne représentent que l'ordre de grandeur des dettes instantanées à la fin de chaque année au 31/12, alors que les taux de rendement net sont de réels engagements de l'assureur envers ses clients. Ces engagements sont représentés par l'échéancier des rachats et des remboursements capitalisés. Ils sont calculés minutieusement par le modèle CALM.

Il est à noter que les données initiales jouent aussi un rôle important dans la précision du modèle.

Toutefois le modèle CALM offre également une option du respect de l'adéquation des capitaux Actif/Passif durant la vie du produit, entre:

- la provision mathématique en fin d'année,
- et la valeur boursière du portefeuille d'actif en fin d'année.

Dans ce cas les rendements net attribués aux souscripteurs ne seront pas optimum. Il arrive éventuellement en fin des contrats, les capitaux restants au profit de l'assureur ne sont pas nuis.

Conclusion

L'importance primordiale est l'équilibre des flux financiers ACTIF/PASSIF en fin des contrats. En cas d'insuffisance de ressources d'actif pour financer les remboursements des contrats, le modèle CALM s'avère très utile pour simuler et analyser différents scénarios et hypothèses afin de rétablir cet équilibre.

Par exemple, en faisant varier la structure d'allocation d'actif, les rendements nets servis à la clientèle modifient:

- d'une part en fonction des rendements prévisionnels du marché des valeurs mobilières (obligations, actions),
- d'autre part, dus à la constitution des réserves à LT, ces réserves permettent à l'assureur d'avoir une marge de manoeuvre plus ou moins grande face à la concurrence et aux aléas de la conjoncture.

Il est à noter également que ce modèle est aussi applicable aux contrats à prime unique dont les caractéristiques des générations sont différentes. Dans ce cas le tableau des souscriptions sera une matrice diagonale.

Annexes

Provisions techniques (vie) (Article R 331-3)

Code des Assurances 1991

Section II. — *Provisions techniques des opérations d'assurances sur la vie, d'assurance nuptialité-natalité et de capitalisation*

Article R* 331-3 Provisions techniques (vie)

Les provisions techniques correspondant aux opérations d'assurance sur la vie, d'assurance nuptialité-natalité, et aux opérations de capitalisation sont les suivantes :

1° provision mathématique : différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés ;

2° provision pour participation aux excédents : montant des participations aux bénéfices attribuées aux bénéficiaires de contrats lorsque ces bénéfices ne sont pas payables immédiatement après la liquidation de l'exercice qui les a produits ;

3° réserve de capitalisation : réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ;

4° toutes autres provisions techniques qui peuvent être fixées par décrets en Conseil d'État pris après avis du Conseil national des assurances.

■ Provisions mathématiques : ainsi nommées parce que calculées selon des méthodes actuarielles.

La notion de valeur actuelle est à prendre au sens des mathématiques financières.

— Engagement de l'assureur : capital ou rente à payer selon les termes du contrat.

— Engagement de l'assuré : primes restant à payer..

— Référence, l'assurance, tome 1, Collection de l'ENAss, 25^e leçon (C).

■ Provision pour participation aux excédents :

Les participations des assurés aux bénéfices d'une année donnée (art. L 132-9, A 132-1 et s.) sont soit distribuées immédiatement, soit allouées à certains assurés par incorporation aux provisions mathématiques de leurs contrats, soit virées à la provision pour participation aux excédents en attente d'une affectation dans les cinq ans au plus (art. A 132-7).

■ Réserve de capitalisation : cf. articles A 333-2 à A 333-4.

— Objet : « L'icée directrice est que la réalisation d'une plus-value ne donne que l'illusion d'un bénéfice lorsque, comme c'est le cas le plus fréquent, elle s'accompagne d'une baisse de revenu. En effet, elle ne permet alors d'obtenir un bénéfice immédiat qu'au prix d'une réduction des bénéfices futurs » (circ. adm. du 21 février 1942).

— Relier la réserve de capitalisation à l'art. R 332-19.

■ Autres provisions mathématiques : aucun exemple d'application.

Article R* 331-4 Textes d'application

Les provisions mathématiques des entreprises d'assurance sur la vie, d'assurance nuptialité-natalité et de capitalisation sont déterminées dans les conditions fixées par arrêté du ministre de l'Economie et des Finances, après avis du Conseil national des assurances (1).

(1) Voir les articles A 331-1 à A 331-8.

Rappel de la formule des Provisions mathématiques

La provision mathématique est calculée réglementairement au fur et à mesure.

$$Txnet_i = (PM_{i-1} \times (1+Txg_{i-1}) + PB_i) / PMPart_i$$

$$PM_i = PM_{i-1} \times (1 + Txnet_i) + (Souscr_i - Rachat_i - Rembour_i) \times (1 + Txnet_i / 2)$$

<i>Txnet_i</i>	Taux de rendement net servi aux souscripteurs en année i.
<i>PM_i</i>	Provision mathématique de l'échéance i.
<i>PMPart_i</i>	Provision mathématique participante de l'échéance i, considérée comme assiette des taux. Elle est calculée à partir de la provision mathématique de l'échéance précédente et des flux financiers de l'année en cours i.
<i>Txg_{i-1}</i>	Taux minimum garanti réglementaire (A 331-2 ; A 331-8) de l'année i-1. Il s'agit d'un taux moyen pondéré de plusieurs générations.
<i>PB_i</i>	Montant de participation au bénéfice financier. Ce montant est une valeur endogène évaluée selon la réglementation française en vigueur.
<i>Souscr_i</i>	Les souscriptions de l'année i.
<i>Rachat_i</i>	Les rachats capitalisés de l'année i.
<i>Rembour_i</i>	Les remboursements capitalisés de l'année i.

Graphique de l'adéquation des flux financiers

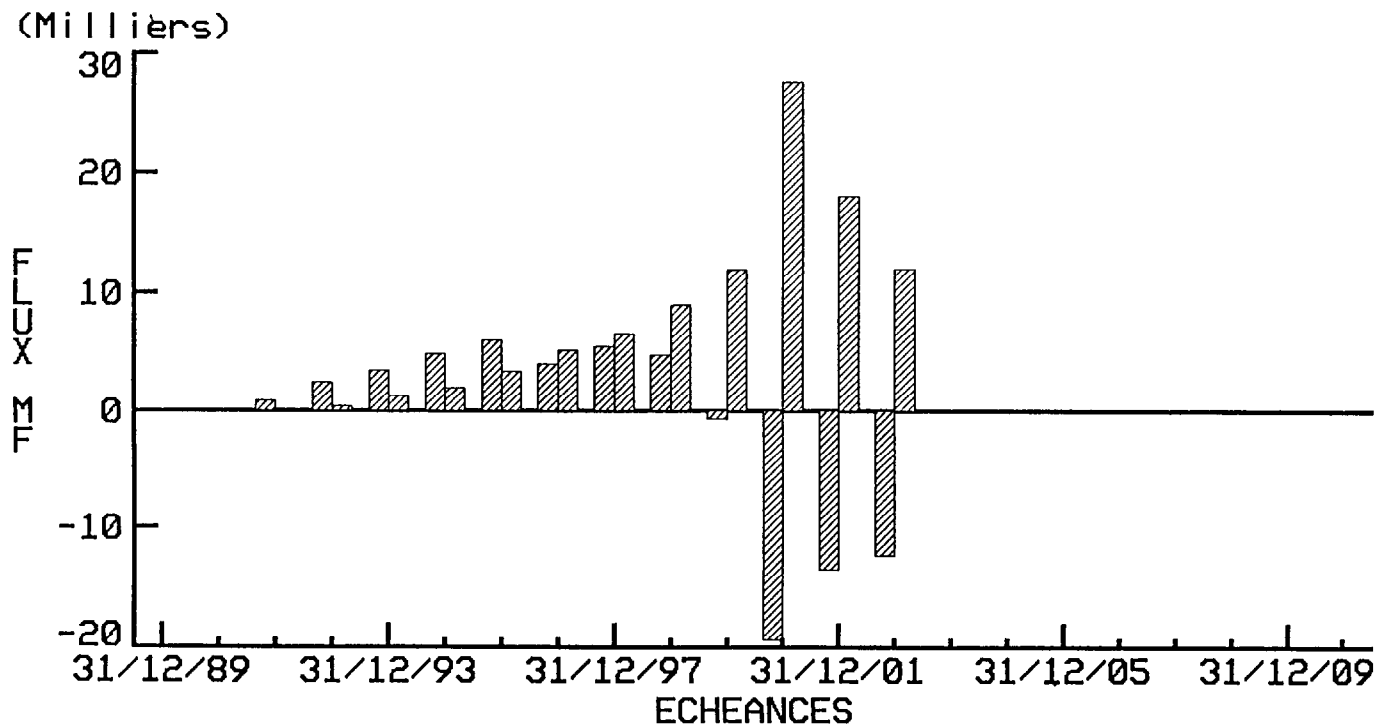
Le graphique ci-après présente le volume des flux annuels du passif et de l'actif jusqu'à l'année 2003 incluse (dernière année de traitement du logiciel). Les flux du passif sont largement couverts par ceux de l'actif en raison de la constitution de la trésorerie.

Les flux du PASSIF et de l'ACTIF de l'année 2002 (échéance finale du portefeuille) sont en équilibre.



TEST 91 Scén:1 Str%:1

Les échéanciers à fin 2003



PASSIF ACTIF

Bibliographie

- Gestion ACTIF/PASSIF (A.L.M.) de portefeuilles des Institutionnels (Compagnies d'Assurance, Caisses de Retraite, Fonds d'épargne d'entreprise) par H.M. LAM et Ch. BARBIER. Contribution au 3 ème colloque International AFIR 1993 à ROME, Volume 2, page du 673 au 690. (Disponible à la demande à CDC-GESTION, Immeuble Atlantique Nord-Pont, 7, place des 5 martyrs du lycée BUFFON, 75015 PARIS, FRANCE).
- Théorie et Pratique de l'Assurance Vie par Pierre PETAUTON. Edition Dunod 1991 PARIS. (Ouvrage couronné par l'Institut des Actuaire Français I.A.F.).
- Code des Assurances par Jean BIGOT et André POINTEAU, Collection L'ARGUS. Edition Sécuritas 1991, FRANCE.
- Mathématiques financières par Pierre BONNEAU. Edition Dunod 1986 PARIS.
- Dossier du séminaire "Gestion ACTIF/PASSIF dans l'Assurance" organisé par l'Institute for International Research (IIR) Juillet 1992 à PARIS.

