CONTRIBUTION N° 15

PORTFOLIO PERFORMANCE

PAR / BY

Haoi M. LAM

France

PERFORMANCE D'UN PORTEFEUILLE

HOAI MINH LAM

ABSTRACT

CDC - Gestion, a subsidiary of France's Caisse des Dépôts et Consignations, is principally involved in discretionary management of portfolios for institutional investors and large companies. In keeping with this role it has always stressed the transparency of its management performance.

Present methods for the calculation of portfolio performance do not fully meet such a requirement. Moreover it is essential to distinguish between the performance of a portfolio and that of a share in an investment fund. With this in mind, CDC - Gestion has devised its own method which it thinks will be of interest to other market participants.

The advantage of this method is that it uses explicit linear formulae, while at the same time taking into account nu only the flows which have affected the portfolio position but also commitments at the time the appraisal is made. The formulae are easy to apply to any asset package selected from a portfolio.

Like all non-actuarial methods, this is only reliable for relatively low yields, but this difficulty can be overcome by dividing relatively long periods (e.g., one year) into several periods of one month the yield thus being the composite of the monthly rates.

All suggestions or comments will be welcome.

Table des matières

PERFORMANCE D'UN PORTEFEUILLE

PAR M. LAM

I-RESUME

CDC - GESTION (filiale de la Caisse des Dépôts et Consignations), dont l'activité principale est la gestion sous mandat des portefeuilles d'organismes institutionnels et de grandes entreprises, a toujours le souci de la transparence de sa qualité de gestion de portefeuille.

Actuellement aucune méthode existante du calcul de performance d'un portefeuille ne permet de satisfaire pleinement cette préoccupation. En outre, il est impératif de faire une distinction entre la performance d'un portefeuille et celle d'une part ou d'une action d'O.P.C.V.M.

A cet effet, CDC - GESTION a établi une méthode propre et elle pense à faire une modeste contribution aux intéressés de la place.

L'avantage de cette méthode d'évaluation de performance d'un portefeuille réside dans les formules explicites et linéaires tout en tenant compte, non seulement des flux qui ont influencé la situation du portefeuille, mais aussi des engagements existants au moment d'évaluation.

Ces formules sont facilement applicables à l'ensemble des regroupements d'actifs préalablement sélectionnés dans un portefeuille.

Comme toute méthode non actuarielle, cette méthode ne donne de bonnes précisions que pour un taux de rendement relativement faible. Cette difficulté sera résolue en fractionnant la période relativement longue (un an par exemple) en plusieurs périodes mensuelles. Le taux de rendement sera alors le taux composé des taux mensuels ainsi calculés.

Toutes suggestions et critiques sur cette approche seront les bienvenues.

2 - UNE METHODE DE CALCUL DE PERFORMANCE D'UN PORTEFEUILLE

2 - 1 Definition de la performance

L'objectif de la détention bun actif financier est d'espérer obtenir un gain substantiel. Ce gain peut être soit concrétisé (gain comptable), soit estimé c'est - à - dire potentiellement perçu en l'évaluant aux conditions du marché.

La performance d'une valeur mobilière ou d'un portefeuille retenue dans cette étude est le taux de rendement potentiel (boursier) d'une période considérée. Ce taux est la mesure du gain estimé, il est calculé aux conditions du marché (1er cours par exemple) sans tenir compte des frais de transactions. L'analyse du risque n'est pas prise en compte dans cette etude.

2 - 2 Nécessité d'un calcul de performance

La performance d'un portefeuille et celle de ses actifs sont des éléments essentiels parmi les outils d'aide à la décision dans la gestion de portefeuille. En effet, elles pennettent :

- aux clients d'apprécier la qualité de gestion (la transparence),
- aux gérants d'analyser les forces et les faiblesses de la structure du portefeuille et en déduire la stratégie adéquate de gestion.

2 - 3 Méthode de calcul choisie

Après avoir étudié plusieurs méthodes de calcul de performance de portefeuille[(1)], notamment la précision et la complexité de calcul compte tenu des mouvements de flux monétaires et des transactions pendant la période donnée (inférieure à un an), nous avons établi une méthode permettant :

- d'une part de simplifier les calculs (réduction du temps de traitement informatique) sans trop négliger la précision,
- d'autre part de résoudre les problèmes posés par les opérations de transaction dont le mode de règlement est différé (marché à règlement mensuel, marché primaire, etc...).

Cette méthode est une méthode dérivée du *calcul actuariel*, limitée à une *approximation du 1er ordre.* Elle est donc linéaire. Ainsi la cohérence entre la performance globale d'un portefeuille et celle des catégories d'actifs constituants sera assurée.

---

(1) - Mesure de performance et gestion de portefeuilles, mémoire d'actuariat du CEA. 1981 de MM. Komarnicki, Masson, Piermay, Rubinowicz.

- Mathématiques financières par Pierre Bonneau, kditwn Dunod 1986.

- La mesure de performance des portefeuilles par Associés en Finance, Revue Banque n°491 Fkvrier 1989.

2 - 4 Formulations de la performance ou du rendement.

2 - 4 - 1 Rendement d'un portefeuille.

La valeur acquise des capitaux investis pendant une période est :

$$Vacq = VL_o.(1+x) + \sum_{j \leq f} Invt_j.\left(1 + x.\frac{Nb_j}{N}\right)$$

avec l'expression de valeur liquidative définie en annexe 1 (§ 2.9.1) :

$$VL_o = VB_o + L_o - SEE_o$$

VLo: Valeur liquidative du portefeuille au debut de la période,

VBo : Valeur boursière au debut de la période,

Lo : Liquidité disponible au début de la période (voir $3.1)

x : Taux de rendement proportionnel de la période à calculer, (équivalent au taux de rendement interne).

SEo : Solde net des engagements (dettes et créances) instantanés au début de la période. Ces engagements sont souvent générés par des opérations liées à un mode de règlement différé (voir annexe 1 § 2.9.1).

SEEo : Solde net des engagements au début de la période, escomptés au même taux x du portefeuille.

Invtj > O S'il s'agit d'un apport de capital à la date j,

Invtj < O S il s'agit d'un retrait de capital à la date j,

Nbj : Nombre de jours séparant le moment d'apport (ou de retrait) de capital et la fin de période (j ≤ f, où f est la date de fin de période),

N : Nombre total de jours de la période.

La valeur liquidative du portefeuille en fin de période est :

$$VL_f = VB_f + L_f - SEE_f$$

VBf : Valeur boursière en fin de période,

If: Liquidité disponible en fin de période,

SEf : Solde net des engagements (dettes) instantanés en fin de période. Ces engagements sont souvent générés par des opérations liées à un mode de règlement différé.

SEEf : Solde net des engagements en fin de période escomptés au taux x.

Les soldes nets des engagements en fin de période escomptés au taux x sont (voir annexe 1) :

$$SEE_o = SE_o + x.\sum_{k,p>o} Ak_{po}.\frac{Nk_{po}}{N} - x.\sum_{k,q>o} Vk_{qo}.\frac{Nk_{qo}}{N}$$

$$SEE_f = SE_f + x.\sum_{k,p>f} Ak_{pf}.\frac{Nk_{pf}}{N} - x.\sum_{k,q>f} Vk_{qf}.\frac{Nk_{qf}}{N}$$

AKpo : Montant débiteur des achats, des souscriptions et des attributions en titres (complément de la soulte) du titre k existant à la date de départ o, dont le paiement est ultérieur, à la date p (p > o),

AKpf : Montant débiteur M i précédemment relatif au titre k existant en fin de période à la date f, dont le paiement est postérieur, à la date p (p > f),

VKqo : Montant créditeur des ventes, des remboursements, des tombées de coupon, des dividendes et des intérêts créditeurs du titre k existant à la date de départ o, dont l'encaissement est ultérieur, à la date q (q > o),

VKqf : Montant créditeur M I précédemment relatif au titre k existant en fin de période à la date f, dont l'encaissement est postérieur, à la date q (q > f)

NKpo : Nombre de jours comptés de la date p à la date o (NKpo < o),

NKqo : Nombre de jours comptés de la date q à la date o (NKqo < o),

NKpf : Nombre de jours comptés de la date p à la date f (NKpf <o),

NKqf : Nombre de jours comptés de la date q à la date f (NKqf <o),

La relation d'identité en fin de période nous donne : Vacq = VLf, donc :

$$Vacq = (VB_o + L_o - SEE_o).(1 + x) + \sum_{o<j\leq f} Invt_j.\left(1 + x.\frac{Nb_j}{N}\right) = VB_f + L_f - SEE_f$$

En négligeant les termes en x^2 (voir $2.5) nous obtenons :

$$x.\left(VB_o + L_o - SE_o + \sum_{o<j\leq f} Invt_j.\frac{Nb_j}{N}\right) +$$

$$x.\left(-\sum_{k,p>o} Ak_{po}.\frac{Nk_{po}}{N} + \sum_{k,q>o} Vk_{qo}.\frac{Nk_{qo}}{N} + \sum_{k,p>f} Ak_{pf}.\frac{Nk_{pf}}{N} - \sum_{k,q>f} Vk_{qf}.\frac{Nk_{qf}}{N}\right)$$

$$= (VB_f + L_f - SE_f) - (VB_o + L_o - SE_o) - \sum_{o<j\leq f} Invt_j$$

d'où, finalement :

$$x = \frac{(VB_f + L_f - SE_f) - (VB_o + L_o - SE_o) - \sum_{o<j\leq f} Invt_j}{\left(VB_o + L_o - SE_o + \sum_{o<j\leq f} Invt_j.\frac{Nb_j}{N}\right) - \sum_{k,p>o} Ak_{po}.\frac{Nk_{po}}{N} + \sum_{k,q>o} Vk_{qo}.\frac{Nk_{qo}}{N} + \sum_{k,p>f} Ak_{pf}.\frac{Nk_{pf}}{N} - \sum_{k,q>f} Vk_{qf}.\frac{Nk_{qf}}{N}}$$

Cas particulier où le règlement des opérations est immédiat, les engagements sont tous nuls, nous retouvons la formule simplifiée :

$$x = \frac{VB_f + L_f - (VB_o + L_o) - \sum_{j\leq f} Invt_j}{VB_o + L_o + \sum_{j\leq f} Invt_j.\frac{Nb_j}{N}}$$

2 - 4 - 2 Rendement d'un actif k.

La gestion d'un actif est supposée indépendante de la liquidité disponible du portefeuille. Son rendement pendant une période donnée est donc fonction :

- d'une part, des mouvements d'achat, de **vente,** de distribution de coupon ou de **dividende** et le **remboursement** de cette **période,**

- et **d'autre** part, des **engagements** de **début** et de fin de **période relatifs à ce titre.**

L'identité de la valeur **acquise** du **titre** et sa valeur **liquidative** en **fin de période** :

Vacqk = VLkf = VBkf - **SEEkf**

nous donne :

$$(VB_{k0} - SEE_{k0}).(1 + x_k) + \sum_{0<p\leq f} Ak_{pf}.\left(1 + x_k.\frac{Nk_{pf}}{N}\right) - \sum_{0<q\leq f} Vk_{qf}.\left(1 + x_k.\frac{Nk_{qf}}{N}\right) = VB_{kf} - SEE_{kf}$$

Vacqk : Valeur **acquise** du **titre indice** k en fin de **période.**

VLkf : Valeur **liquidative** du **titre** k en fin de **période.**

VBkf : Valeur **boursière** du **titre** k en fin de **période.**

xk : Taux de **rendement** du **titre** k de la **période** à **calculer, (équivalent** au taux de **rendement** interne).

SEkf : **Solde** des engagements (dettes et **créances) instantanés** en fin de **période** concernant **ce titre** k.

SEEkf : **Solde** des engagements en fin de **période** du **titre** k, **escomptés** au taux xk.

VBko : Valeur **boursière** du **titre** k au **début** de la **période** du **titre** k.

SEko : **Solde** des engagements instantanés au debut de la **période** du **titre** k

SEEko : **Solde** des **engagementsau début** de la **période** du **titre** k, **escomptés** au **taux** xk.

AKpf : Montant débiteur **des achats,** des souscriptions et des **attributions** en **titres (complément** de la soulte), du **titre** k pendant la **période considérée** et ayant **le paiement** à la date p, à **l'intérieur** de cette **période** (o < p ≤ f). **Les mouvements** concernant les engagements **au** debut de la **période sont** exclus.

VKqf : Montant **créditeur** des **ventes, des remboursements,** des tombées de coupon, des **dividendes** et **des intérêts créditeurs** du **titre** k pendant la **période** et ayant **l'encaissement** à la date q, **à l'intérieur** de cette **période (o < p** ≤ f). **Les mouvements** concernant les **engagements** (créances) **au début** de la **période** sont exclus.

NKpf : **Nombre** de **jours comptés** de la date p **à** la date f **(NKpf > o).**

NKqf : Nombre de **jours comptés** de la date q **à** la date f (NKqf **> o).**

N : **Nombre** total de **jours** de la **période,**

en **utilisant** les notations **définies précédentes (§ 2.4.1), nous avons** :

$$SEE_{k0} = SE_{k0} + x_k.\sum_{p>0} Ak_{p0}.\frac{Nk_{p0}}{N} \quad - x_k.\sum_{q>0} Vk_{q0}.\frac{Nk_{q0}}{N}$$

$$SEE_{kf} = SE_{kf} + x_k.\sum_{p>f} Ak_{pf}.\frac{Nk_{pf}}{N} \quad - x_k.\sum_{q>f} Vk_{qf}.\frac{Nk_{qf}}{N}$$

En **négligeant** les **termes** en **x2 (voir § 2.5)** nous **obtenons** :

$$x_k \cdot \left(VB_{ko} - SE_{ko} - \sum_{p>o} Ak_{po} \cdot \frac{Nk_{po}}{N} + \sum_{q>o} Vk_{qo} \cdot \frac{Nk_{qo}}{N} \right)$$

$$+ x_k \cdot \left(\sum_{p>f} Ak_{pf} \cdot \frac{Nk_{pf}}{N} - \sum_{q>f} Vk_{qf} \cdot \frac{Nk_{qf}}{N} + \sum_{0<p\leq f} Ak_{pf} \cdot \frac{Nk_{pf}}{N} - \sum_{0<q\leq f} Vk_{qf} \cdot \frac{Nk_{qf}}{N} \right)$$

$$= (VB_{kf} - VB_{ko}) + SE_{ko} - SE_{kf} - \sum_{0<p\leq f} Ak_{pf} + \sum_{0<q\leq f} Vk_{qf}$$

En tenant compte :

$$SE_{kf} = \sum_{p>f} Ak_{pf} - \sum_{q>f} Vk_{qf}$$

Nous avons finalement :

$$x_k = \frac{VB_{kf} - (VB_{ko} - SE_{ko}) - \sum_{p>o} Ak_{pf} + \sum_{q>o} Vk_{qf}}{VB_{ko} - SE_{ko} - \sum_{p>o} Ak_{po} \cdot \frac{Nk_{po}}{N} + \sum_{q>o} Vk_{qo} \cdot \frac{Nk_{qo}}{N} + \sum_{p>o} Ak_{pf} \cdot \frac{Nk_{pf}}{N} - \sum_{q>o} Vk_{qf} \cdot \frac{Nk_{qf}}{N}}$$

$\sum_{p>o} Ak_{pf}$ *Total* **des mouvements débiteurs des opérations** de la période relatifs au **titre** k. Ceux relatifs **aux engagements** au **début** de la **période** sont **exclus.**

$\sum_{q>o} Vk_{qf}$ Total des **mouvements créditeurs des opérations** de la période relatifs au titre k. Ceux relatifs aux engagements au **début** de la **période** sont exclus.

NKpf : **Nombre** de jours **comptés** depuis la date de **paiement** p **jusqu'à** la date de fin de période f **(NKpf** peut **être positif** ou négatif).

NKqf : Nombre de **jours comptés depuis** la **date d'encaissement** q **jusqu'à** la date de fin de **période** f **(NKqf** peut être **positif** ou **négatif).**

Cas **particulier où** le **règlement des opérations** est **immédiat,** les engagements sont tous nuls, **nous retrouvons** la **formule simplifiée** :

$$x_k = \frac{(VB_{kf} - VB_{ko}) - \sum_{0<p\leq f} Ak_{pf} + \sum_{0<q\leq f} Vk_{qf}}{VB_{ko} + \sum_{0<p\leq f} Ak_{pf} \cdot \frac{Nk_{pf}}{N} - \sum_{0<q\leq f} Vk_{qf} \cdot \frac{Nk_{qf}}{N}}$$

Remarque :
ces **formules** sont facilement applicables **à** ***l'ensemble des regroupements d'actifs*** **préalablement** sélectionnés **dans** un **portefeuille.**

2 - 5 Evaluation de la valeur maximale de l'erreur

L'erreur **maximale par** rapport à la **méthode** actuarielle sera **élevée** si **le** taux de **rendement** x d'une **période** se **situe** au - **delà** de 10%.

En **effet,** à ce **niveau,** les **termes** en x^2 en valeur **absolue seront supérieurs** de 1% **à ceux** de **x.** L'erreur **maximale dans** le **calcul** de x (pour $x > 10\%$), sera **alors** supérieure à un point de taux en raison de la négligence, dans le développement limité en x (2), des termes d'ordre égal ou supérieur à deux (x^2, x^3,...).

Dans certains cas, ces erreurs sont inacceptables.

La valeur maximale de l'erreur, dont le facteur prépondérant est x^2, se rétrécit rapidement lorsque le niveau du taux de rendement devient plus faible.

. Niveau du taux de rendement	Valeur maximale de l'erreur
2%	± 0.04%
3%	± 0.09%
6%	± 0.36%
9%	± 0.81%
12%	± 1.44%

2 - 6 Applications conseillées

La méthode de calcul de performance d'un portefeuille décrite ci - dessus donne de meilleurs résultats pour des périodes inférieures ou égales à un mois, car *sauf* exception, le rendement mensuel d'un portefeuille dépasse rarement 3%. A ce niveau, l'erreur est nettement inférieure au dixième de point.

Cette précision reste acceptable pour une période plus grande, si on decompose la période considérée en plusieurs périodes mensuelles. Le rendement du portefeuille sera alors le taux composé (3) des taux des périodes mensuelles ainsi définies. Ces derniers seront calculés avec au moins 4 décimales.

2 - 7 Résultats du calcul

Cette méthode de calcul de performance d'un portefeuille est différente des méthodes habituelles existantes de la place, notamment celle utilisée pour les OPCVM. Cette dernière calcule la performance d'une part investie dans un portefeuille (Voir annexe 2 § 2.9.2). Les performances ainsi calculées par ces deux méthodes sont différentes.

A titre d'illustration, nous allons appliquer respectivement ces deux méthodes dans un exemple simple suivant :

---

(2) *Avec, dans notre cas* : $-1 \leq m \leq 1$

$$(1+x)^m = 1 + \frac{m.x}{1!} + \frac{m.(m-1)}{2!}.x^2 + \frac{m.(m-1).(m-2)}{3!}.x^3 + \ldots$$

(3) *Le taux composé x des n taux composants xi est* par *définition* :

$x = (1+x_1).(1+x_2).....(1+x_n) - 1$

Les taux x et x_i sont exprimés en unité (non pas en %)

a / L'investissement initial est de 100 Frs., soit de 10 parts de 10 Frs. pour un placement dans un OPCVM.

b / A la fin du semestre la valeur boursière de l'OPCVM est de 110 Frs. La valeur dune part à cet instant est de 11 Frs. chacune.

c / Un apport complémentaire à cet instant de 110 Frs. correspond à 10 parts supplémentaires. La valeur boursière du portefeuille est portée alors à 220 Frs. pour 20 parts.

d / A la fin de l'année, la valeur boursière est supposée inchangée à 220 Frs., c'est-à-dire 11 Frs. / part.

La performance (rendement boursier) d'une part en un an est donc :

$$x_{part} = \frac{11}{10} - 1 = 10\%$$

La performance (rendement boursier) globale du portefeuille en un an est :

$$x_{portef} = \frac{220 - 100 - 110}{100 + \frac{110}{2}} = \frac{10}{155} = 6,45\%$$

Selon la méthode actuarielle, la performance de ce portefeuille est évaluée à xactu = 6,4996. Ce taux satisfait l'équation suivante :

$$100 = -\frac{110}{(1 + x_{actu})^{\frac{1}{2}}} + \frac{220}{(1 + x_{actu})}$$

2 - 8 Conclusions

a / La notion de performance (rendement boursier) globale d'un portefeuille et celle d'une part de OPCVM sont deux notions bien différentes.

Dans l'objectif de comparaison, il est nécessaire de bien distinguer ces deux notions.

b / Il faut noter que le taux composé des taux actuariels des périodes fractionnées n'est pas le taux actuariel de la période entière. L'exemple précédent nous montre que le taux composé des deux semestres est de 10%, alors que le taux actuariel de l'année est de 6,4996. Cette différence provient de l'écart important des taux des deux semestres.

Cependant, la notion du taux composé semble répondre mieux à l'attente des investisseurs. Mais le calcul régulier nécessite un coût de traitement important.

En proposant le fractionnement d'une période relativement longue en plusieurs périodes mensuelles pour calculer la performance par composition de celles des périodes mensuelles, notre méthode semble parvenir à un compromis satisfaisant entre l'attente des investisseurs et les coûts du traitement informatique.

c / L'inconvénient de cette méthode, comme celui du calcul actuariel, est l'amplification pour toute la période considérée, de la performance :

- des lignes nouvellement créées en fin de période,
- ou des lignes supprimées en début de période.

Exemple : soit à calculer la performance mensuelle (30 jours) d'un actif de 100 Frs. ached à la veille de l'échéance mensuelle. Le lendemain, il vaut 101 Frs. Selon notre méthode, la performance mensuelle est alas :

$$x_k = \left(\frac{101}{100} - 1\right) \cdot \frac{30}{1} = 30\,\%.$$

d / En outre, l'existence d'un engagement relatif à un actif peut donner une répartition négative de la structure des valeurs liquidatives constituant le portefeuille, c'est-à-dire une ponction ou une perte en capital à prévoir. Dans ce cas, la performance associée est positive, elle représente la perte étalée sur toute la période considérée concernant cette ligne d'actif.

Exemple : soit un achat d'un actif de 100 Frs. avec la clause de paiement différé de 3 jours après l'échéance mensuelle. A l'échéance, cet actif vaut 99 Frs. La performance mensuelle (durée de 30 jours) de cette opération est :

$$x_k = \left(\frac{99}{100} - 1\right) \cdot \frac{30}{-3} = 10\,\% \quad \text{de perte sur un mois.}$$

En réalité, la performance des opérations ayant une durée inférieure à celle de la période considérée, est non significative. Il faut donc être attentif devant les résultats partiels obtenus par cette méthode.

Ces opérations n'ont pas d'influence notable sur la performance globale du portefeuille en raison de leur intégration dans l'ensemble des transactions de la période.

2 - 9 Annexe

2 - 9 - 1 Annexe 1 : les engagements (Hors bilan)

Certains marchés ou contrats d'usage fonctionnent avec la clause de rbglement différé, par exemple :

- marché à rbglement mensuel,
- marché primaire des obligations,
- contrats à réméré,
- contrats de stellage, etc.

Les transactions de valeurs mobilières avec clause de paiement différé (march6 à règlement mensuel, march6 primaire, etc.) impliquent :

- que l'acheteur possède immédiatement de plein droit les titres négociés,
- que le paiement de cet achat se fera plus tard à une échéance fixée d'avance.

Il en résulte qu'avant l'échéance, l'acheteur a une dette (un engagement) envers le vendeur, et réciproquement le vendeur possède une créance sur l'acheteur (par convention, engagement négatif).

Les contrats d'usage (le réméré, le stellage, etc.) sont souvent stipulés comme étant à la fois une dette et une créance attachées à un titre pour une même échéance. L'engagement est donc l'écart entre la dette et la créance.

Le solde net des engagements à un instant donné est par définition la somme algébrique des dettes (positives) et des créances (négatives) constatées à ce moment.

S'il est positif, il représente une dette globale à payer, inversement c'est une créance à encaisser. Il est donc souhaitable d'en tenir carpte dans le calcul de la valeur liquidative du portefeuille.

Nous avons donc : $$SE_j = \sum_{k,p>j} Ak_{pj} - \sum_{k,q>j} Vk_{qj}$$

AKpj : Montant débiteur net des achats, des souscriptions et des attributions en titres (pour compléter la soulte) du titre k existant au moment j, dont le paiement à la date p est ultérieur à la date j ($p > j$).

VKqj : Montant créditeur net des ventes, des remboursements, des tombées de coupons, des dividendes, des intérêts créditeurs du titre k existant au moment j, dont l'encaissement à la date q est postérieur à la date j ($q > j$).

Le solde net des engagements escomptés d'un titre k, à la date j, est la somme algébrique des valeurs engagées de ce titre escomptées au même taux xk.

$$SEE_{kj}(x_k) = \sum_{p>j} Ak_{pj}\cdot\left(1 + x_k \cdot \frac{Nk_{pj}}{N}\right) - \sum_{q>j} Vk_{qj}\cdot\left(1 + x_k \cdot \frac{Nk_{qj}}{N}\right)$$

NKpj : Nombre de jours comptés depuis la date p à la date j.

NKqj : Nombre de jours comptés depuis la date q à la date j.

Ici, les NKpj et NKqj sont négatifs car $p > j$ et $q > j$.

Avec : $$SE_{kj} = \sum_{p>j} Ak_{pj} - \sum_{q>j} Vk_{qj}$$

Nous avons donc :

$$SEE_{kj}(x_k) = SE_{kj} + x_k \cdot \sum_{p>j} Ak_{pj} \cdot \frac{Nk_{pj}}{N} \quad - x_k \cdot \sum_{q>j} Vk_{qj} \cdot \frac{Nk_{qj}}{N}$$

Le solde net des engagements escomptés au taux x d'un portefeuille est donc :

$$SEE_j(x) = \sum_k SEE_{kj}$$

$$SEE_j(x) = SE_j + x \cdot \sum_{k,p>j} Ak_{pj} \cdot \frac{Nk_{pj}}{N} \quad - x \cdot \sum_{k,q>j} Vk_{qj} \cdot \frac{Nk_{qj}}{N}$$

La valeur liquidative d'un portefeuille à la date j est :

$VL_j = VB_j + L_j - SEE_j(x)$

VBj : Valeur boursière du portefeuille au moment j,

Lj : La liquidité disponible it l'instant j (voir § 3.1),

SEEj(x) : Solde net des engagements escomptés, à la date j, au taux x (taux monétaire par exemple).

2 - 9 - 2 Annexe 2 : performance d'une part OPCVM .

Nous allons calculer les performances d'une part d'un OPCVM dans un cadre général, où l'OPCVM distribue n coupons ci (i = 1,2,...,n) pendant la période considérée.

Les valeurs initiales et finales sont respectivement Vo et Vf.

2 - 9 - 2 - 1 Rendement composé.

Le rendement composé d'une part est donc :

$$x_1 = \frac{V_{c1} + c1}{V_0} \cdot \frac{V_{c2} + c2}{V_{c1}} \cdots \frac{V_{cn} + cn}{V_{cn-1}} \cdot \frac{V_f}{V_{cn}} - 1$$

où les Vci sont des valeurs de la part après la tombée des coupons ci.

ou autrement :

$$x_1 = \frac{V_f}{V_0} \cdot \left(1 + \frac{c1}{V_{c1}}\right) \cdot \left(1 + \frac{c2}{V_{c2}}\right) \cdots \left(1 + \frac{cn}{V_{cn}}\right) - 1$$

C'est la formule utilisée par la banque Paribas, en supposant que les tombées de coupons sont intégralement réinvesties sans frais dans le portefeuille.
Selon cette formule le rendement xi dépend étroitement des valeurs Vci.

2 - 9 - 2 - Coupons non investis

La valeur acquise d'une part en fin de période y compris les coupons non investis est :

$$Vacq = V_0 \cdot (1 + x_2) = V_f + \sum_{i=1}^{n} ci$$

où x2 est le rendement cherché. Nous avons donc :

$$x_2 = \frac{V_f + \sum_{i=1}^{n} ci \quad - V_0}{V_0}$$

C a t la formule mentionnée par M. Pierre BONNEAU.

2 - 9 - 2 - 3 Rendement proportionnel

On suppose maintenant que les coupons bénéficient d'un rendement moyen (x3), qui est celui du portefeuille, mais au prorata de la durée Nbi comptée depuis le détachement jusqu'à la fin de période.

A cet effet, la valeur acquise de la part en fin de période est :

$$Vacq = V_o.(1+x_3) = V_f + \sum_{i=1}^{n} ci.\left(1 + x_3.\frac{Nb_i}{N}\right)$$

N est la durée totale de la période.

Nous avons donc :

$$x_3 = \frac{V_f + \sum_{i=1}^{n} ci \quad - V_o}{V_o - \sum_{i=1}^{n} ci.\frac{Nb_i}{N}}$$

2-9-2-4 Exemple:

Application numérque :

La période considérée est de 160 jours (N=160).

V_o = 100 Frs ; V_f = 101 Frs

Après un mois, un coupon de 5 Frs est distribué

($c1$ = 5 ; $Vc1$ = 103 ; $Nb1$ = 130).

Un deuxième coupon de 4 Frs est distribué dans les 3 mois suivants

($c2$ = 4 ; $Vc2$ = 102 ; $Nb2$ = 39).

Les rendements calculés selcn les trois formules sont :

$$x_1 = \frac{101}{100}.\left(1+\frac{5}{103}\right).\left(1+\frac{4}{102}\right) - 1 = 10,06\%$$

Une variante en supposant que $Vc1$ = 96 et $Vc2$ = 97, nous avons alors :

$$x_1' = \frac{101}{100}.\left(1+\frac{5}{96}\right).\left(1+\frac{4}{97}\right) - 1 = 10,64\%$$

$$x_2 = \frac{101+5+4-100}{100} = 10\%$$

$$x_3 = \frac{101+5+4-100}{100-5.\frac{130}{160}-4.\frac{39}{160}} = \frac{10}{94,96} = 10,53\%$$

2 - 9 - 2 - 5 Proposition

Nous préférons la troisième formule (x3), qui donne un rendement indépendant des valeurs intermédiaires de la part tout en tenant compte des revenus des coupons détachés.

3 - LA LIQUIDITE D'UN PORTEFEUILLE

3 - 1 Définition

La liquidité d'un portefeuille au sens strict, à une date donnée, est le montant résultant constaté à cette date, de tous les flux monétaires issus des opérations de bourse et d'apport ou de retrait de capital. Elle peut être positive ou négative.

Si elle est positive, elle constitue alors un actif non investi du portefeuille, c'est-à-dire non rémunéré ou ayant un rendement nul.

Si elle est négative, cela signifie un surinvestissement du portefeuille. Ce manque de liquidité (ou le découvert), sera sanctionné par un coût (intérêts débiteurs), qui pénalisera certainement la performance du portefeuille car le taux d'intérêt débiteur est souvent supérieur au taux de rendement de l'actif investi en valeurs mobilières.

3 - 2 Nécessité de l'évaluation de la liquidité.

La gestion de trésorerie a entre autre pour objectif de rendre cette liquidité proche de zéro sans subir des à-coups importants en particulier le découvert.

En principe, moyennant des flux monétaires (d'entrées et de sorties) connus et prévisibles le gestionnaire pourrait gérer la liquidité sans difficultés.

Dans la pratique, la plupart des cas dommageables ne proviennent pas des aléas, mais des oublis ou de la mauvaise gestion de l'information disponible.

Nous proposons ici une méthode simple de traitement des flux monétaires pour calculer la liquidité d'un portefeuille et effectuer une prevision indépendamment du traitement comptable. Elle vise deux objectifs :

- contrôler à la date j la liquidité issue du traitement comptable.
- donner un échéancier de trésorerie disponible compte tenu des opérations connues.

Cette méthode de calcul nécessite une gestion rigwreuse des flux monétaires. En contrepartie elle rend la gestion plus performante en raison de la maîtrise parfaite de la trésorerie.

3 - 3 Estimation de la liquidité

Pour j variant de la date du traitement comptable jusqu'à l'extinction des flux monétaires prévisibles :

$$L_j = L_{j-1} + Invt_j + \sum_k V_{kj} - \sum_k A_{kj}$$

Lj :	**Liquidité** du **portefeuille** à la date **j,**
Lj-1 :	**Liquidité** du **portefeuille à** la date **j-1,**
Invtj :	Montant **d'apport (positif)** ou de **retrait** (négatif) de capital **à** la date **j,**
Vkj :	Montant **des encaissements** nets de **vente,** de tombée **de coupons,** de **dividendes** et du remboursement **éventuels** du titre k **à** la date **j,**
Akj :	Montant **des** règlements nets **d'achat,** de **souscription** du **titre** k à la date j.

3 - 4 Contrôle de liquidité

S'il y a une **différence** notable **entre** la **liquidité à** la date j, issue du **traitement comptable, avec** celle **estimée,** il y aura certainement un **problème d'affectation comptable** ou une omission **dans** la gestion des flux **monétaires. C'est** donc un **indicateur** de **contrôle automatique.**

3 - 5 Echéancier de trésorerie

Le plan de **trésorerie** ou **échéancier** est **obtenu** par **les valeurs projetées** de la **liquidité** ci-dessus. **Il permet** aux **gestionnaires** de **prévoir** suffisamment à **l'avance les opérations** à waiter, **donc** en **général dans les meilleures** conditions.

BIBLIOGRAPHIE

1 / **Mesure** de **performance** et gestion de **portefeuilles,** mémoire **d'actuariat** du CEA (Centre **d'Etudes** Actuarielles) 1981 de Messieurs KOMARNICKI, **MASSON,** PIERMAY et **RUBINOWICZ,**

2 / **Mathématiques financières** par Pierre BONNEAU - Edition Dunod 1986,

3 / La **mesure** de performance des **portefeuilles** par **ASSOCIES** EN **FRANCE,** Revue **Banque** n° 491 Février 1989,

4 / **Les marchés** financiers et la gestion de portefeuille par **B.JACQUILLAT,** B. **SOLNICK, 3ème édition** Dunod **1981.**