PartnerRe

La réassurance des « garanties plancher » des contrats en unités de compte

Paul-Antoine Darbelay et Franck Pinette

1 Introduction

Les contrats en unités de compte connaissent un franc succès depuis quatre ans sur le marché français. Dans ce type de contrat, la prime de l'assuré est investie dans des actifs financiers, par exemple un fonds d'investissement, et le risque de fluctuations boursières est laissé à l'assuré. Généralement, ces contrats sont vendus avec une garantie décès.

Les types de garantie décès les plus répandus sur le marché sont les suivants :

- La garantie décès plancher qui assure au bénéficiaire en cas de décès de l'assuré au moins la prime investie (ou la prime payée) et au plus la valeur de rachat. Cette couverture est appelée "garantie plancher". Dans la partie plus technique de cet article, nous focaliserons notre analyse sur ce type de couverture.
- La garantie décès indexée qui assure au bénéficiaire en cas de décès de l'assuré au moins la prime investie capitalisée selon un taux (par ex. 3,5 %) et au plus la valeur de rachat.
- La garantie décès cliquet qui assure au bénéficiaire en cas de décès de l'assuré le plus haut cours historique de l'unité de compte de référence.

2 Les différentes formes de réassurance

On distingue trois formes de réassurance :

- La réassurance à la prime de risque; cette méthode consiste à réassurer toutes les semaines ou tous les mois la différence par assuré entre la somme garantie en cas de décès et la valeur de rachat lorsque celle-ci est inférieure à la garantie plancher. On applique la probabilité de mortalité hebdomadaire ou mensuelle sur cette différence. Cette méthode est évidemment parfaite mais elle est très contraignante pour la cédante et implique une gestion sophistiquée.
- La réassurance sur la provision mathématique; il s'agit d'une méthode globale où le réassureur va tarifer le risque décès en chargeant une prime basée sur la provision mathématique annuelle. L'approche du réassureur est globale et sa tarification est faite en fonction de l'âge moyen et de la volatilité de l'actif sous-jacent. L'inconvénient apparent de cette méthode est qu'elle charge une prime élevée à la cédante quand le capital sous risque diminue (augmentation des réserves) et inversement.
- La réassurance sur la prime originale; comme la deuxième méthode, il s'agit d'une méthode globale qui charge une prime de réassurance sur les primes payées par l'assuré. C'est sur cette dernière méthode que nous allons porter notre attention.

3 Garantie plancher: le point de vue du réassureur

Nous allons étudier le point de vue du réassureur concernant la tarification des garanties plancher et plus spécifiquement le risque d'une telle garantie, la méthode de tarification, les hypothèses utilisées pour tarifer et les problèmes qui y sont liés, puis finalement nous aborderons le problème du provisionnement de ces garanties plancher.

3.1 Le risque

3.1.1 Assurances vie traditionnelles

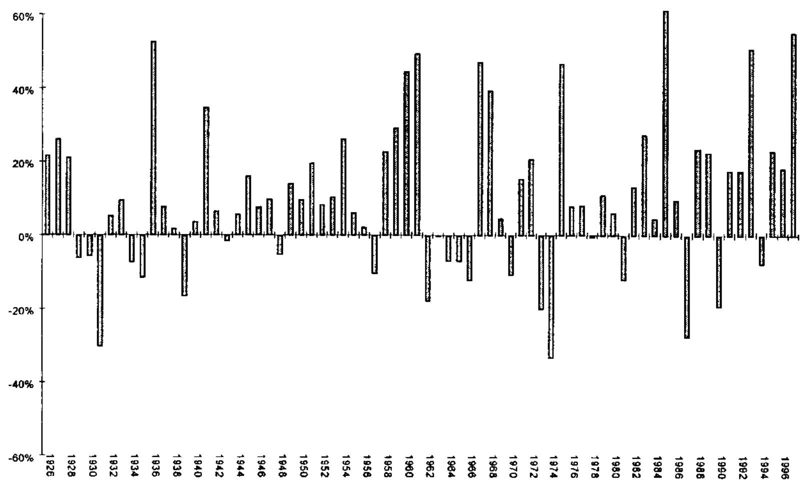
Rappelons que dans les assurances vies traditionnelles, le risque financier est supporté par l'assureur direct. L'assureur direct supporte le risque de mortalité et le risque financier. Le risque financier est généralement peu important, car les capitaux sont plutôt investis dans des actifs relativement peu volatiles. La mortalité est un risque maîtrisable lorsque des statistiques fiables sont utilisées pour un portefeuille d'assurés relativement important. Ainsi, pour un tel portefeuille d'assurés, la loi des grands nombres s'applique et il est possible de projeter le nombre futur de décès avec une marge d'erreur faible.

3.1.2 Contrats en unités de compte

En principe, dans les contrats en unités de compte, le risque financier est laissé à l'assuré. Le risque financier provient des fluctuations boursières des titres représentant le capital de l'assuré. Cependant, lorsqu'une garantie plancher est accordée, ce principe n'est plus totalement vrai puisque cette garantie plancher correspond à un capital minimum garanti en cas de décès. Cela signifie que si un assuré décède alors que le fonds est en dessous du capital minimum garanti, l'assureur doit compenser la partie manquante. Nous voyons immédiatement qu'il y a deux aspects, le côté décès et le côté financier. Comme nous l'avons déjà vu, la mortalité est un risque maîtrisable alors que les fluctuations boursières ne le sont pas. En réalité, le risque financier est difficilement maîtrisable et peut se révéler très important. La bourse est imprévisible et des fluctuations annuelles de plus ou moins quarante pour-cent sont réalistes. Ainsi dans ce type de couverture, le risque de mortalité est infime en comparaison aux risques de fluctuations boursières.
Remarquons encore qu'il existe un risque supplémentaire: le risque systémique. En effet, les fluctuations boursières vont se répercuter de manière systémique sur tous les contrats de ce type. Il n'y a pas de compensation entre les différents contrats mais plutôt un cumul de risque. De plus, lors de fortes fluctuations boursières les ressources propres de l'assureur et du réassureur peuvent être mises à mal et ainsi réduire la capacité à faire face aux engagements conclus.

Voyons plus précisément les fluctuations boursières. Prenons l'exemple des actions suisses et observons quelles peuvent être les fluctuations réelles entre 1926 et 1997. Nous observons les taux de rendements total annuels, c'est-à-dire qu'il s'agit aussi bien des rendements directs (dividendes) que des augmentations ou diminutions de la valeur de marché des actions pendant l'année considérée.

Taux de rendement total des actions suisses entre 1926 et 1997
(observations empiriques)



Nous constatons que les fluctuations sont très importantes, les taux de rendement total annuel se situent entre environ +60% et –40%.
Les contrats en unités de compte peuvent donc subir des fluctuations importantes comme le montre clairement ce graphique.

3.2 Méthode de tarification

3.2.1 Calcul de la prime

Une solution pour tarifer ce genre de produit revient à combiner les probabilités de décès et de survie (risque de mortalité) avec les produits dérivés (risque financier). Nous pouvons alors utiliser la formule suivante:

Posons

PU = Prime unique nette technique de réassurance
q_x = Probabilité de décéder entre l'âge x et $x+1$
${}_ip_x$ = Probabilité pour une personne d'âge x d'être en vie à l'âge $x+i$
P_i = Valeur actuelle du prix d'un put exerçable au temps i
i = Nombre d'années de couverture

$$PU = \sum_{i=0}^{n-1} q_{x+i} \cdot {}_ip_x \cdot P_{i+1}$$

Explicitons brièvement cette formule. Dans la première partie, la multiplication des probabilités de survie et de décès correspond à une assurance temporaire au décès sans facteur d'escompte (qui est déjà compris dans le prix du put). Cela nous permet de déterminer le nombre d'assurés ou le pourcentage d'assurés d'un groupe qui vont peut-être devoir nécessiter une compensation sur leur capital en cas de décès pour obtenir la garantie plancher. Le prix de cette couverture étant donné par le put, il suffit alors de multiplier nos probabilités par le prix de ce put. Finalement pour obtenir la prime unique nette de réassurance, il ne reste qu'à sommer sur le nombre d'années de couverture donné.

Le prix d'un put européen représente pour l'acheteur, le droit et non l'obligation de vendre un actif sous-jacent à un prix stipulé à l'avance, le prix d'exercice, et à une date stipulée à l'avance, la date d'échéance du contrat d'option.

Mais voyons plus exactement comment obtenir le prix de ce put.

3.2.2 Modèle de Balck & Scholes

Nous pouvons utiliser le modèle de Black & Scholes et calculer le prix d'un put européen. La formule de base est la suivante:

Posons
r = le taux de rendement instantané
T = date d'échéance du contrat d'option
X = le prix d'exercice (la garantie plancher)
S_T = prix de l'actif sous-jacent au temps T (variable aléatoire)

$$P_T = e^{-r(T)} \cdot \hat{E}[\max(X - S_T, 0)]$$

Explicitons brièvement cette formule. La différence entre le prix d'exercice et le prix de l'actif sous-jacent correspond à ce que doit couvrir le réassureur lorsque la valeur de l'actif sous-jacent est inférieur à la garantie plancher (le prix d'exercice); c'est pourquoi nous prenons le maximum entre cette différence et zéro. Ensuite, nous calculons l'espérance mathématique de ce maximum, pour obtenir la couverture moyenne réassurée que nous escomptons grâce au taux de rendement.

Le modèle de Black & Scholes repose sur des hypothèses strictes. Il est intéressant d'expliciter les hypothèses que nous faisons implicitement lorsque nous utilisons ce modèle pour évaluer une option ou réaliser une stratégie de couverture.

3.2.2.1 Les hypothèses

Black & Scholes supposent que le marché est efficient, que le taux d'intérêt est constant et que le prix de l'option est fonction de l'actif sous-jacent, de sa durée, de sa volatilité et du prix d'exercice. De plus, ils supposent que le prix de l'action suit un processus stochastique lognormal en temps continu.

Dans ce modèle, il est possible de constituer une couverture parfaite c'est-à-dire sans risque (achat d'actions et vente d'options de manière à ce que les gains et pertes des deux se compensent toujours). Black & Scholes supposent qu'il est possible de réajuster cette position en tout temps, donc de manière continue, en fonction de l'évolution du prix des actions afin qu'elle reste non risquée jusqu'à l'échéance de l'option. Ils font donc l'hypothèse que le marché est efficient (dans un marché efficient, les prix reflètent instantanément et sans biais toute l'information pertinente à l'évaluation des actifs financiers; donc le marché utilise toute l'information et l'utilise correctement) sur lequel il n'existe pas d'opportunité d'arbitrage (l'arbitrage étant la possibilité de faire un gain sans risque, par exemple en achetant un actif sur un marché X pour le revendre immédiatement plus cher sur un marché Y en faisant un gain sans risque).

Voyons maintenant les paramètres utilisés pour le calcul du prix d'une option dans le modèle de Black & Scholes.

3.2.2.2 Les paramètres

Le prix d'une option dans le modèle de Black & Scholes dépend des cinq paramètres suivants:

- Prix de l'actif sous-jacent
- Prix d'exercice (garantie plancher)
- Taux hors risque
- Durée
- Volatilité de l'actif sous-jacent

Nous constatons que le prix de l'option ne dépend pas du rendement de l'actif sous-jacent, mais du taux hors risque. Cela provient des l'hypothèses utilisées dans le modèle de Black & Scholes puisqu'il est possible de constituer une couverture parfaite, sans risque. Le modèle ne dépend ni du taux de rendement espéré des actions, ni d'aucun autre paramètre représentant les préférences des agents. Il s'applique donc quelle que soit l'attitude face au risque des investisseurs.

Remarquons que le put est une fonction croissante du prix d'exercice (pour un call c'est l'inverse), qu'il est généralement (pas toujours, dépend de la durée d'escompte) une fonction croissante de la durée (pour un call c'est identique), qu'il est une fonction décroissante du taux hors risque (pour un call c'est l'inverse), qu'il est une fonction décroissante du prix de l'actif sous-jacent (pour un call c'est l'inverse) et finalement une fonction croissante de la volatilité (pour un call c'est identique).

3.3 Les problèmes de tarification

Quelle est la validité des hypothèses du modèle de Black & Scholes dans un contexte d'assurance ?

La durée de couverture et la volatilité à utiliser sont certainement les paramètres les plus discutables dans le domaine de l'assurance.
En effet, le modèle de Black & Scholes est normalement utilisé sur des durées courtes (2, 3, 6 mois) mais pas sur des durées de plusieurs années comme il faut le faire dans l'assurance vie. En effet, comme les conditions du marché changent sans cesse, l'attente de l'évolution des marchés se pratique en général sur des périodes courtes et pas sur un nombre important d'années. Ainsi, les paramètres utilisés dans le modèle changent à travers le temps donnant évidemment une toute autre évaluation du prix de l'option.
Concernant la volatilité, nous percevons dans le contexte actuel plutôt une croissance de la volatilité des actifs. En effet, comme nous l'avons remarqué dans le graphique de taux de rendement total des actions suisses entre 1926 et 1997, les fluctuations sont de plus en plus importantes ces dernières années. Quelle volatilité devons-nous alors utiliser sur des périodes relativement longues ?

Remarquons encore que dans le modèle des options européennes nous supposons que les actions ne donnent pas de dividendes et qu'il y a donc une capitalisation implicite. Cependant dans la réalité l'assureur prélève en général des frais et la totalité des dividendes n'est donc pas réinvestie. Cela crée donc un biais.

Face à ces différents problèmes, il est toujours intéressant de comparer le résultat obtenu par le modèle de Black & Scholes avec des méthodes plus pragmatiques comme la perte maximale probable ou une perte moyenne (jugée réaliste) probable ou, tout simplement, avec le résultat obtenu en utilisant sa propre attente des fluctuations du marché.

3.4 Le provisionnement

Il suffit de se rattacher à la formule traditionnelle des provisions mathématiques. Ici nous présentons la formule prospective.
La valeur actuelle des prestations futures représente la valeur actuelle des prestations dues au client lorsqu'il décède alors que le fonds à une valeur inférieure au capital minimum garanti.

Provision mathématique

=

Valeur actuelle des prestations futures

-

Valeur actuelle des primes futures

Si nous réutilisons la prime unique technique de réassurance présentée auparavant, nous avons alors la formule suivante:

Provision mathématique au temps t

=

Valeur actuelle au temps t des prestations futures

=

$$\sum_{t=0}^{n-t-1} q_{x+t+i} \cdot {}_i p_{x+t} \cdot P_{i+1}$$

Il s'agit en fait de recalculer chaque année, la nouvelle valeur actuelle des prestations futures. Il faut donc utiliser les nouvelles données du marché et refaire le calcul de la prime unique technique.
Voyons maintenant plus en détail les paramètres qui peuvent changer annuellement. Le prix de l'actif sous-jacent va, évidemment, varier chaque année de même que le taux hors risque et la durée. La volatilité peut être réajustée chaque année par rapport aux données empiriques. Il n'y a finalement que le prix d'exercice qui ne varie pas.
Evidement, ces changements dans les paramètres du modèle de Black & Scholes peuvent entraîner des fluctuations importantes dans l'évaluation des provisions mathématiques annuelles.

4 Conclusion

Nous avons brièvement démontré comment réassurer et comment provisionner les garanties plancher des contrats en unités de compte. Nous avons constaté que ces méthodes reposent sur des hypothèses strictes. De plus, le changement de ces hypothèses engendre de grandes différences dans les résultats obtenus.

Toute la méthode de tarification repose sur le modèle de Black & Scholes et donc sur les produits dérivés. Cela signifie que le réassureur vend un put avec une attente du marché boursier à la hausse ou à la stagnation alors que la cédante achète un put pour se prémunir contre la baisse du marché. Chaque intervenant ayant une vue différente du marché.

Dans ce type de contrat, il s'agit donc d'estimer avec le plus de vraisemblance possible les paramètres utilisés. Cependant, comme nous l'avons vu, nous nous heurtons au problème d'une durée de couverture longue en assurance vie. Cela implique que l'évaluation des paramètres utilisés dans la tarification d'un tel risque ne peut pas tenir compte de l'évolution exacte de la réalité du marché. La réalité du marché sera toujours différente de ce que nous pouvons imaginer aujourd'hui. De plus dans ce type de contrat, l'effet de levier est important et pour donner un ordre de grandeur une prime de réassurance de 1 pourrait correspondre à un risque total de 40.

La couverture de réassurance comporte une composante financière importante puisque l'intervention du réassureur dépend évidemment de la mortalité (il faut qu'un assuré décède pour que le réassureur intervienne, mais comme nous l'avons vu la mortalité est maîtrisable: nous pouvons facilement projeter la mortalité d'un portefeuille d'assurés suffisamment important) mais dépend surtout de la situation du marché boursier au moment du décès. C'est véritablement la situation du marché boursier qui va déterminer l'intervention du réassureur. Hors, les fluctuations du marché sont aléatoires et le risque est systémique.

En tant que réassureur, il est primordial de se fixer des limites de pertes possibles à ne pas dépasser puisque le risque est systémique. Ainsi, si le réassureur fixe clairement le montant maximum (somme des risques totaux de tous les contrats) qu'il est prêt à couvrir, cela lui permettra d'être en tout temps capable de faire face à ces engagements.